

Пребројавање класа еквиваленције булових функција  
Предлог теме докторске дисертације  
Кандидат: Марко Царић  
Ментор: Миодраг Живковић

Булове функције играју важну улогу у науци и технологији. Булове функције од  $n$  променљивих се могу сматрати еквивалентним ако се једна у другу могу превести трансформацијама из неке од четири групе: пермутације променљивих ( $S'_n$ ), пермутације и комплементирања променљивих ( $G_n$ ), линеарна група ( $GL_n$ ) и афина група ( $AGL_n$ ). Проблем израчунавања броја нееквивалентних Булових функција  $U_n$ , односно броја инвертибилних векторских Булових функција  $V_n$ , у суштини се своди на израчунавање циклусних индекса за наведене групе трансформација.

Овај рад мотивисан је чињеницом да, иако су познати експлицитни (али компликовани) изрази за бројеве класа еквиваленција (Harrison, 1964.), сами циклусни индекси, односно бројеви  $U_n$  и  $V_n$ , израчунати су само за релативно мале вредности  $n$ . Fripertinger је 1997. године имплементирао рачунање циклусног индекса за  $GL_n$  и  $AGL_n$  у оквиру програмског пакета SYMMETRICA, уз приказ временског извршавања за  $n \leq 17$ . Тренутна верзија програма, на нашем рачунару, рачуна циклусни индекс за  $n \leq 21$ , с обзиром да заузеће меморије расте експоненцијално са  $n$ . Користећи овај резултат није тешко израчунати  $U_n, V_n$  за  $GL_n$  и  $AGL_n$  за  $n \leq 21$ . Циљ ове дисертације је опис поступка за рачунање вредности циклусних индекса, односно  $U_n$  и  $V_n$ , за нешто веће вредности  $n$ .

Имајући у виду да се са порастом броја  $n$  значајно повећава време за добијање циклусног индекса као и заузеће меморије за његово смештање, потребно је радити са компримованим обликом циклусног индекса и убрзати његово израчунавање. Важан корак у том правцу је представљање монома у циклусном индексу полиномом од једне променљиве у коме коефицијенти и степени, респективно, одговарају степенима и индексима променљивих у моному. Други важан корак је припрема помоћних табела које значајно убрзавају израчунавање циклусног индекса за сваку групу трансформација. Занимљиво је да се у суштини процеси рачунања циклусног индекса свode на сумирање по партицијама броја  $n$ , на основу истог израза за све четири групе, тј. израчунавања се разликују само по садржају припремљених табела.

Следећа табела сумира добијене у односу на претходно познате резултате.

	$S'_n$	$G_n$	$GL_n$	$AGL_n$
$U_n$	11 $\rightarrow$ 33	10 $\rightarrow$ 32	8 $\rightarrow$ 31	10 $\rightarrow$ 31
$V_n$	6 $\rightarrow$ 27	6 $\rightarrow$ 30	6 $\rightarrow$ 26	6 $\rightarrow$ 26

Још један интересантан проблем у овој области је израчунавање броја  $M_n$  нееквивалентних (у односу на пермутацију променљивих) монотоних Булових функција од  $n$  променљивих. Бројеви  $M_n$  израчунати су до сада за  $n \leq 7$ . Циљ је усавршити поступак за ефективно рачунање  $M_n$  и израчунавање  $M_8$ .